B A D A N I A   O P E R A C Y J N E   I   D E C Y Z J E

Nr 3–4 2006

Bogdan RĘBIASZ*

EFEKTYWNOŚĆ I RYZYKO PROJEKTÓW INWESTYCYJNYCH – ROZKŁADY PRAWDOPODOBIEŃSTWA CZY ROZKŁADY MOŻLIWOŚCI

Aktualnie stosowane są alternatywnie dwa sposoby opisu niepewności parametrów rachunku efektywności: rozkłady prawdopodobieństwa i liczby rozmyte. W zależności od sposobu opisu niepewności parametrów uzyskujemy rozkład możliwości lub rozkład prawdopodobieństwa wskaźnika efektywności. W praktyce najczęściej występuje taka sytuacja, że dla części parametrów rachunku efektywności możemy określić rozkład prawdopodobieństwa, a niepewność części z nich może być opisana przez zbiór rozmyty. W pracy omówiono metody transformacji rozkładu możliwości generowanego przez zbiór rozmyty w rozkład prawdopodobieństwa i odwrotnie – rozkładu prawdopodobieństwa w rozkład możliwości. Wskazano, że mogą one być skutecznie wykorzystane w ocenie efektywności i ryzyka projektów inwestycyjnych. Porównano użyteczność dwóch wymienionych sposobów reprezentacji niepewności parametrów rachunku efektywności.

Słowa kluczowe: *analiza ryzyka, zbiory rozmyte, symulacje komputerowe, budżetowanie kapitałowe*

1. Wstęp

Nasilająca się w latach 90. konkurencja na światowych rynkach spowodowała wzrost zainteresowania przedsiębiorstw metodami oceny efektywności projektów inwestycyjnych [2]. Wiele uwagi poświęca się zagadnieniom oceny ryzyka projektów inwestycyjnych.

Ryzyko towarzyszy każdej decyzji gospodarczej. Szczególnie dużym ryzykiem obarczone są decyzje inwestycyjne. Wynika to z niepowtarzalności (unikatowości) projektów inwestycyjnych. Duża dynamika zewnętrznych i wewnętrznych uwarunkowań rozwoju przedsiębiorstwa powoduje, że w rachunku efektywności inwestycji

* Wydział Zarządzania, Akademia Górniczo-Hutnicza, ul Gramatyka 10, 30-067 Kraków, e-mail: brebiasz@zarz.agh.edu.pl

jest coraz mniej parametrów, których wartości są znane, a coraz więcej parametrów niepewnych, dla których trudno określić rozkłady prawdopodobieństwa metodami statystyki matematycznej [22].

Kwantyfikacja ryzyka projektów inwestycyjnych należy do najtrudniejszych zadań w zarządzaniu ryzykiem projektu inwestycyjnego. Zagadnienie to jest najmniej rozpoznane i nadal stanowi nowy obszar badawczy w zarządzaniu projektami. Jest ono zatem przedmiotem stałych poszukiwań metodycznych [22].

Prezentowane w literaturze koncepcje kwantyfikacji ryzyka projektów inwestycyjnych zakładają w większości probabilistyczny opis niepewności parametrów rachunku efektywności. W praktycznych zastosowaniach rozkłady prawdopodobieństwa tych parametrów mają charakter prawdopodobieństw subiektywnych. Zazwyczaj bowiem nie dysponujemy dostateczną liczbą danych, umożliwiających przeprowadzenie badań statystycznych. Często warunki rynkowe zmieniają się gwałtownie. Dane historyczne nie stanowią zatem w wielu przypadkach dostatecznej podstawy dla przewidywania przyszłości. Prognozy parametrów rachunku efektywności są prognozami długookresowymi. W przypadku takich prognoz oprócz ilościowych metod prognozowania stosowane są często metody jakościowe. Opisując niepewność parametrów rachunku efektywności, korzystamy z opinii ekspertów. Ponadto w wielu sytuacjach charakter niepewności parametrów rachunku efektywności nie odpowiada teorii prawdopodobieństwa. Mianowicie niepewność wielu z tych parametrów jest spowodowana ich naturalną rozmytością, a nie przypadkowością. Niepewność ta wynika bowiem z niedostatecznej informacji o tych parametrach i ma charakter epistemiologiczny [30]. D. Kuchta, komentując zastosowanie prawdopodobieństw subiektywnych, stwierdza, że decydent czasami zupełnie nie wie, co odpowiedzieć na pytanie dotyczące prawdopodobieństwa niepowtarzalnego, jednorazowego zdarzenia. Pytanie o częstość jest w takim przypadku niezbyt sensowne. Decydent może mieć natomiast pewien pogląd na temat stopnia możliwości wystąpienia odpowiednich wartości [20]. P.Ch. Gupta stwierdza, że niepewność prognozowanych wartości parametrów rachunku efektywności jest często natury probabilistycznej, jednak dostępna o nich informacja ma charakter rozmyty [15]. Wielu autorów wskazuje, że bardziej naturalny dla ludzi jest opis niepewności parametrów rachunku efektywności za pomocą zmiennych lingwistycznych, jeśli porównać go z opisem za pomocą prawdopodobieństw subiektywnych. Tworzenie trójkątnej liczby rozmytej na podstawie najkorzystniejszego, najgorszego i przeciętnego oszacowania parametru przez ekspertów jest bardziej bliskie teorii możliwości niż teorii prawdopodobieństwa [23, 27].

Pod koniec lat 80. pojawiły się prace, w których stosowane są alternatywne w stosunku do rozkładów prawdopodobieństwa metody opisu niepewności parametrów rachunku efektywności. Można wymienić tu przede wszystkim teorię zbiorów rozmytych [1, 6, 23, 26]. W tym przypadku wartości wskaźników efektywności wyraża się w postaci liczb rozmytych. Ryzyko projektu może być charakteryzowane przez rozkład możliwości. Do opisu niepewności parametrów rachunku efektywności stosowane są również liczby przedziałowe [20].

W literaturze stosuje się więc głównie dwa sposoby opisu niepewności parametrów rachunku efektywności inwestycji – liczby rozmyte i rozkłady prawdopodobieństwa. D. Kuchta stwierdza, że podejścia rozmyte i probabilistyczne wzajemnie się uzupełniają i w każdej sytuacji trzeba zdecydować, które będzie bardziej odpowiednie do obiektywnego poparcia (ewentualnego odrzucenia tezy o przydatności liczb rozmytych brakuje poważnych prób zastosowania tej metody w praktyce [20]).

W artykule przedstawiono praktyczne zastosowanie obu sposobów reprezentacji niepewności parametrów rachunku efektywności. Opisano możliwość integracji różnych sposobów opisu niepewności parametrów rachunku efektywności w procesie szacowania efektywności i ryzyka projektu inwestycyjnego. Wykorzystano tutaj związki, jakie występują między rozkładami możliwości i rozkładami prawdopodobieństwa.

2. Zbiory rozmyte w ocenie efektywności i ryzyka projektów inwestycyjnych

Stosowanie zbiorów rozmytych w analizach finansowych zostało zapoczątkowane przez T.L. Wanda. Określał on przepływy pieniężne, wykorzystując trapezoidalne liczby rozmyte [28]. J.J. Buckley stosuje liczby rozmyte do obliczenia wartości zaktualizowanej netto [3, 4]. W prezentowanych obliczeniach zarówno stopa dyskonta, jak i okres dyskontowania wyrażone są w postaci liczb rozmytych. W przypadku okresu dyskontowania nośnikami liczby rozmytej są liczby całkowite. Li Calzi przedstawił zasady rozszerzenia metod matematyki finansowej dla liczb rozmytych [5]. F. Choobineh, A. Behrens przedstawiają wykorzystanie rozkładów możliwości w zagadnieniach analiz ekonomicznych [7]. C.Y. Chiu, S.C. Park stosują liczby rozmyte w analizie przepływów pieniężnych, generowanych przez projekt inwestycyjny. Opisują metody wyboru najlepszego projektu spośród zbioru projektów wzajemnie się wykluczających w sytuacji, gdy przepływy pieniężne są opisane przy wykorzystaniu liczb rozmytych [6]. A.O. Esogbue, W.E. Hearnes przedstawiają wykorzystanie zbiorów rozmytych i rozkładów możliwości w zagadnieniach wymiany środków trwałych. W szczególności wykorzystują teorię zbiorów rozmytych dla określenia ekonomicznego cyklu życia aktywów. W prezentowanych analizach wykorzystują trójkątne liczby rozmyte. Wykorzystanie tej postaci liczb rozmytych jest kompromisem między złożonością obliczeniową stosowanych algorytmów a adekwatnością opisu rzeczywistości [11]. C. Kahraman, E. Tolga, D. Ruan [16] analizują metody obliczania różnych miar efektywności, w sytuacji gdy parametry rachunku efektywności przedstawiane są w postaci liczb rozmytych. W takim przypadku ryzyko projektu inwestycyjnego może być scharakteryzowane przez rozkład możliwości. D. Kuchta przedstawia wykorzystanie zbiorów rozmytych w podejmowaniu decyzji dotyczących zakwalifikowania projektu inwestycyjnego do realizacji lub odrzucenia projektu. Prezentowana metoda może też być wykorzystana do wyboru jednego spośród kilku wariantów analizowanego projektu inwestycyjnego. Autorka przedstawia sposoby obliczania wybranych wskaźników efektywności projektów inwestycyjnych zakładając, że niektóre parametry rachunku efektywności są liczbami rozmytymi. Okres obliczeniowy może być tutaj liczbą rzeczywistą i zakończyć się w dowolnym momencie roku. W rezultacie określane są oceny efektywności projektów inwestycyjnych w postaci liczb rozmytych lub też wyznaczane poziomy liczb rozmytych, które stanowią oceny tych wskaźników [19].

3. Rozkłady możliwości i rozkłady prawdopodobieństwa – metody transformacji

Relacje między teorią prawdopodobieństwa a teorią zbiorów rozmytych to jeden z najbardziej kontrowersyjnych problemów w obszarze modelowania niepewności. Ogniwem pośrednim między niepewnością, wyrażoną przez rozkład prawdopodobieństwa, a niepewnością, opisaną przez zbiór rozmyty są rozkłady możliwości [8, 9, 13]. Rozważania w zakresie transformacji rozkładów możliwości w rozkłady prawdopodobieństwa zostały zainicjowane przez L.A. Zadeha [32]. Podstawy takiej transformacji sformułowali I.R. Goodman i H.T. Nguyen, P.Z Wang [13, 29]. W literaturze dominuje pogląd, że proces transformacji rozkładu możliwości w rozkład prawdopodobieństwa jest związany z uzupełnianiem informacji. Ta dodatkowa informacja zawsze jest nieco arbitralna. Odwrotna transformacja natomiast łączy się z utratą pewnej części informacji. Formalnie miara możliwości Π określona na zbiorze X jest równoważna rodzinie miar probabilistycznych $\mathcal{P}(\Pi)$ takiej, że $\mathcal{P}(\Pi) = \{P, \forall A \subseteq X, P(A) \le \Pi(A)\}$. Transformacja rozkładu możliwości w rozkład prawdopodobieństwa sprowadza się więc do określenia $P(A)$, należącego do przedziału $[N(A), \Pi(A)]$. $P(A)$ jest określane dla każdego $A \subseteq X$. $N(A) = 1 - \Pi(\overline{A})$ jest miarą konieczności A, natomiast $\overline{A}$ jest dopełnieniem zbioru A. D. Dubois i inni formułują następujące warunki, które powinno się uwzględniać w procedurze transformacji rozkładu możliwości Π w rozkład prawdopodobieństwa p [8, 9].

a) $\forall A, P(A) \le \Pi(A)$,

b) $\pi(x) > \pi(x') \Leftrightarrow \mathrm{p}(x) > \mathrm{p}(x')$,

c) p wyraża tyle niepewności, ile jest możliwe.

Naturalnym sposobem uwzględnienia warunku *c* jest przyjęcie zasady niedostatecznej racji. Zgodnie z tą zasadą, jeśli wiemy, że x należy do zbioru A, to maksimum niepewności odnośnie do x może być opisane przez rozkład jednostajny na zbiorze A. Dla zadanego rozkładu możliwości zasada ta jest stosowana dwukrotnie:

• dla wyboru zbioru A_α: wybiera się losowo α z przedziału (0, 1] i określa $A_\alpha\{x/\pi(x)\geq\alpha\}$,

• dla wybranego poziomu A_α wybiera się losowo x.

Jest to koncepcja zaproponowana przez R.R. Yagera [31]. Jeżeli rozmyty zbiór A jest podzbiorem skończonej przestrzeni X i rozkład możliwości π jest opisany przez skończony zbiór jego poziomów $A_1, \ldots, A_n$ odpowiadających $\pi_1 = 1 > \pi_2 > \ldots > \pi_n > \pi_{n+1} = 0$, to rozkład prawdopodobieństwa można przedstawić za pomocą wzoru

$$\mathrm{p}(x)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\pi_i-\pi_{i+1}}{|A_i|}\mu_{A_i}(x),\quad \forall x, \tag{1}$$

gdzie:

$|A_i|=\sum_{x\in A_i}\mu_{A_i}(x)$, a $\mu_{A_i}(x)$ jest stopniem przynależności.

Jeśli X jest przedziałem $[a,\ b]\subseteq R$, μ jest półciągłą z góry, jednomodalną i domkniętą funkcją przynależności liczby rozmytej, to funkcja gęstości prawdopodobieństwa wyraża się wtedy wzorem [10]:

$$Ax\in[a,b],\ \mathrm{p}(x)=\sum_{0}^{\mu(x)}\frac{d\alpha}{|A_\alpha|}, \tag{2}$$

gdzie $|A_\alpha|$ jest szerokością α poziomu liczby rozmytej. Jeśli więc $A_\alpha=[m_\alpha,M_\alpha]$, to $|A_\alpha|=M_\alpha-m_\alpha$.

Procedura przekształcenia rozkładu prawdopodobieństwa w rozkład możliwości sprowadza się do znalezienia przedziału ograniczającego $P(A)$ dla każdego $A\subseteq X$ w postaci $[N(A),\Pi(A)]$. Gdy przedział $[N(A),\Pi(A)]$ jest przedziałem ograniczającym dla $P(A)$, wówczas mówimy, że p jest zdominowane przez π. Ponieważ zachodzi zależność $N(A)>0\Rightarrow\Pi(A)=1$, więc wspomniany powyżej przedział nigdy nie jest pusty i zawsze występuje w jednej z postaci: $[\alpha,1]$ lub $[0,\beta]$. Aby zachować najwięcej informacji reprezentowanej przez rozkład prawdopodobieństwa, należy wybrać możliwie wąski przedział. Oznacza to, że zbiór rozmyty z funkcją przynależności π powinien być minimalny w sensie inkluzji zbiorów. Wymaga się więc, aby zbiór rozmyty miał minimalną liczbę kardynalną, to jest aby $\sum_{x\in X}\pi(x)$ była minimalna (w przypadku skończonej przestrzeni). Oczywiście warunek $\pi(x)>\pi(x')\Leftrightarrow \mathrm{p}(x)>\mathrm{p}(x')$ powinien być uwzględniony w procesie transformacji. Problem minimalizacji $\sum_{x\in X}\pi(x)$ został rozwiązany. Jeśli mianowicie $X=\{x_1,\ x_2,\ ...,\ x_n\}$, to wtedy rozwiązaniem optymalnym jest [10]:

$$\forall i = 1, n;\ \pi_i = \sum_{j=i}^{n} \mathrm{p}_j \ . \tag{3}$$

Możliwa jest również transformacja rozkładu prawdopodobieństwa w rozkład możliwości w przypadku ciągłej przestrzeni X. Zakłada się, że funkcja gęstości prawdopodobieństwa jest jednomodalną, ciągłą funkcją, określoną i różniczkowalną w przedziale $[a, b]$. Funkcja ta jest rosnąca w przedziale $[a, x_o]$ i malejąca w przedziale $[x_o, b]$, przy czym x_o jest wartością modalną p. Definiuje się funkcję: $f : [a, x_o] \to [x_o, b]$ jako $f(x) = \max\{y | \mathrm{p}(y) \geq \mathrm{p}(x)$. Wtedy rozkład możliwości π może być określony przez [10]:

$$\pi(x) = \int_{-\infty}^{x} \mathrm{p}(y)\, dy + \int_{f(x)}^{+\infty} \mathrm{p}(y)\, dy \, . \tag{4}$$

Problemy transformacji rozkładu możliwości w rozkład prawdopodobieństwa i odwrotnie rozważane są także przez innych autorów [12, 18, 21]. Formułują oni inne zasady transformacji. Wśród rozważanych zasad można wskazać np. zasadę równości entropii $H(\mathrm{p})$ i miary informacji $E(\pi)$, definiowanych odpowiednio przez rozkład prawdopodobieństwa i rozkład możliwości.

Trudności związane z wykonywaniem operacji na liczbach rozmytych wzrastają w ślad za złożonością funkcji opisujących stopień przynależności elementu do liczby rozmytej. Ponadto liczby rozmyte z funkcją przynależności o nieskomplikowanym kształcie mają naturalną intuicyjną interpretację. Z tego powodu trójkątne i trapezoidalne liczby rozmyte są stosowane najczęściej. Stąd też opracowano wiele metod trapezoidalnej aproksymacji dowolnych liczb rozmytych. Metody te pozwalają na wyznaczenie takiej trapezoidalnej liczby rozmytej, która jest najbliższa zadanej liczbie rozmytej i jednocześnie zachowuje przedział wartości oczekiwanej pierwotnej liczby rozmytej [14].

4. Ocena efektywności i ryzyka projektu inwestycyjnego

Oceny efektywności i ryzyka projektów inwestycyjnych dokonano wykorzystując alternatywnie rozkłady prawdopodobieństwa lub rozkłady możliwości. Dla części parametrów rachunku efektywności pierwotnie niepewność wyrażona była w postaci rozkładów prawdopodobieństwa, a dla części w postaci liczb rozmytych. Transformacji rozkładów dokonano, korzystając z opisanych powyżej metod przekształcania rozkładu możliwości w rozkład prawdopodobieństwa i odwrotnie. Dla realizacji obliczeń w przypadku rozkładów możliwości dokonano trapezoidalnej aproksymacji liczb rozmytych.

4.1. Charakterystyka projektów inwestycyjnych

Oceny efektywności ekonomicznej i ryzyka dokonano dla dwóch projektów inwestycyjnych, tj. modernizacji walcowni blach walcowanych na gorąco i modernizacji walcowni walcówki.

Modernizowana walcownia blach walcowanych na gorąco jest powiązana technologicznie z innymi agregatami przedsiębiorstwa, produkującymi wyroby rynkowe. Walcownia blach walcowanych na gorąco zasilana jest wsadem w postaci wlewków z agregatów ciągłego odlewania stali (COS). Przerabiane są one na blachy walcowane na gorąco. Blachy te mogą być sprzedawane, a częściowo są przerabiane na blachy walcowane na zimno i rury ze szwem. Efektem modernizacji będzie głownie wzrost zdolności produkcyjnych oraz zmniejszenie materiałochłonności produkcji w walcowni blach walcowanych na gorąco. Oczekuje się ponadto obniżenia kosztów pracy oraz kosztów remontów.

Drugim projektem była modernizacja walcowni walcówki. W tym przypadku walcówka jest w całości produktem rynkowym. Przewiduje się, iż w efekcie modernizacji nastąpi wzrost zdolności produkcyjnej, rozszerzenie asortymentu wymiarowego produkowanej walcówki, obniżenie materiałochłonności i energochłonności produkcji oraz obniżenie kosztów remontów i kosztów pracy. Walcownia walcówki zasilana jest wsadem w postaci wlewków z agregatów COS.

4.2. Założenia dla oceny efektywności i ryzyka projektu inwestycyjnego

Jako miarę efektywności inwestycji przyjęto *NPV* (*net present value*). Obie inwestycje polegały na modernizacji agregatów w istniejących przedsiębiorstwach. W związku z tym przepływy pieniężne dla obliczenia *NPV* określano jako różnicę między prognozowanymi przepływami środków pieniężnych firmy po hipotetycznej realizacji i bez realizacji projektu inwestycyjnego.

Decydujące dla oceny efektywności i ryzyka projektów inwestycyjnych w przypadku inwestycji w hutnictwie żelaza są: ilość i ceny sprzedaży, koszty materiałów oraz wielkość nakładów inwestycyjnych. Uznano zatem, że w eksperymencie symulacyjnym należy uwzględnić niepewność możliwej ilości sprzedaży poszczególnych asortymentów wyrobów produkowanych przez hutę, cen tych wyrobów, cen wlewków COS, wskaźnika materiałochłonności walcowni blach walcowanych na gorąco i walcowni walcówki po modernizacji oraz wielkości nakładów inwestycyjnych. Przyjęto, iż pozostałe parametry rachunku efektywności są zdeterminowane.

W pierwszym wariancie obliczeń efektywność i ryzyko projektów inwestycyjnych określano metodą symulacji komputerowej. W tym przypadku niepewność parametrów rachunku efektywności przedstawiano w postaci rozkładów prawdopodobieństwa. Metoda symulacji, stosowana w ocenie ryzyka projektów inwestycyjnych, polega na wielokrotnym powtarzaniu procedury obliczania wartości miary efektywności projektu dla generowanych losowo niepewnych parametrów rachunku efektywności. Dzięki temu można określić rozkład prawdopodobieństwa wskaźnika efektywności.

W drugim wariancie obliczeń efektywności i ryzyka projektów inwestycyjnych rozkłady niepewności parametrów rachunku efektywności przedstawiono w postaci trapezoidalnych lub trójkątnych liczb rozmytych. W tej wersji rachunku uwzględniono niepewność tych samych parametrów co w eksperymencie symulacyjnym. W wyniku obliczeń uzyskano wartość *NPV* w formie liczby rozmytej. Obliczenia *NPV* oparto na zasadach wykonywania operacji arytmetycznych na trapezoidalnych liczbach rozmytych. Zakładając, że $A = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ i $B = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ są dwoma trapezoidalnymi liczbami rozmytymi, podstawowe działania arytmetyczne na tych liczbach definiuje się następująco [20]:

- dodawanie $$A + B = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, a_4 + b_4), \tag{5}$$
- odejmowanie: $$A - B = (a_1 - b_4, a_2 - b_3, a_3 - b_2, a_4 - b_1), \tag{6}$$
- mnożenie: $$A \times B = [\min\{a_1 b_1, a_1 b_4, a_4 b_1, a_4 b_4\}, \min\{a_2 b_2, a_2 b_3, a_3 b_2, a_3 b_3\}, \max\{a_2 b_2, a_2 b_3, a_3 b_2, a_3 b_3\}, \max\{a_1 b_1, a_1 b_4, a_4 b_1, a_4 b_4\}], \tag{7}$$
- dzielenie: jeśli $0 \notin [b_1, b_4]$, to $$A/B = [\min\{a_1/b_1, a_1/b_4, a_4/b_1, a_4/b_4\}, \min\{a_2/b_2, a_2/b_3, a_3/b_2, a_3/b_3\}, \max\{a_2 b_2, a_2 b_3, a_3 b_2, a_3 b_3\}, \max\{a_1 b_1, a_1 b_4, a_4 b_1, a_4 b_4\}]. \tag{8}$$

Powyższe definicje odpowiadają realizacji operacji arytmetycznych na niezależnych liczbach rozmytych. Gdy analizowane liczby były zależne (duże realizacje *A* pociągają za sobą duże realizacje *B* i małe realizacje *A* pociągają za sobą małe realizacje *B*), wprowadzono definicję tzw. ograniczonego odejmowania, według której

$$A - B = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3, a_4 - b_4). \tag{9}$$

Dla liczby rozmytej *A* można ponadto określić stopień możliwości, że jej realizacja będzie nie większa od zadanej liczby *z*, oznaczany jako $\mathrm{Poss}(A \le z)$. Wyraża się on wzorem [20]:

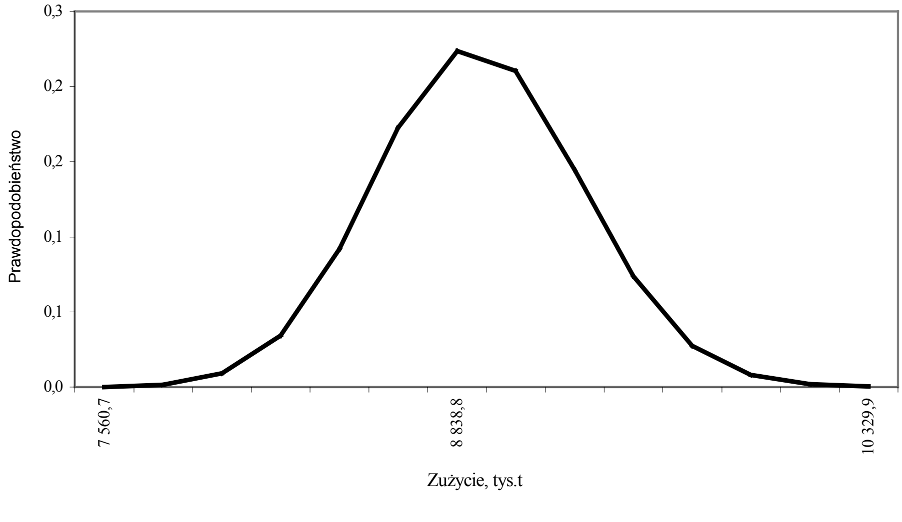
$$\mathrm{Poss}(A \le z) = \sup_{x \le z} \mu_A(x). \tag{10}$$

4.3. Ocena efektywności i ryzyka projektów inwestycyjnych

Prognozę sprzedaży każdego asortymentu wyrobów hutniczych na rynku polskim opracowano według formuły:

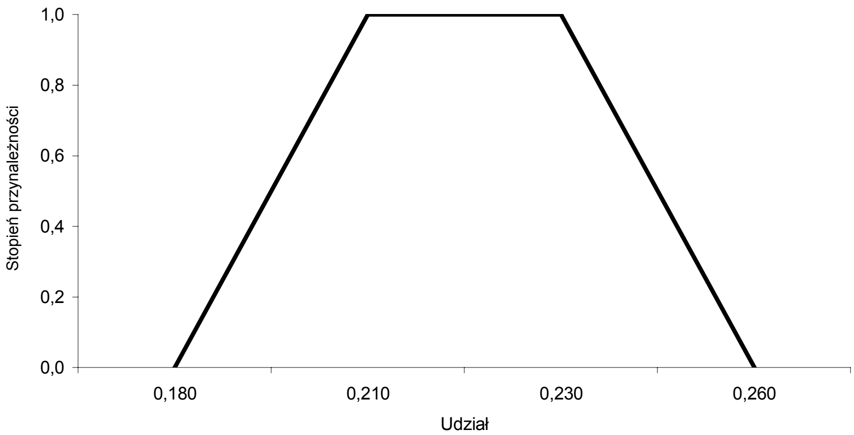
*Prognozowana ilość sprzedaży = prognozowane zużycie wyrobów stalowych * udział w zużyciu analizowanego wyrobu * udział przedsiębiorstwa w rynku analizowanego wyrobu.*

W prognozowaniu zużycia stalowych wyrobów hutniczych w Polsce zastosowano model ekonometryczny. Metodami symulacji komputerowej określono rozkład prawdopodobieństwa prognozy zużycia wyrobów hutniczych w Polsce. Do opracowania prognozy udziału analizowanych wyrobów w zużyciu wyrobów hutniczych ogółem oraz udziału przedsiębiorstwa w krajowym rynku analizowanych wyrobów wykorzystano opinie ekspertów. Uzyskano prognozy w postaci liczb rozmytych. Model ekonometryczny wykorzystany do prognozowania zużycia stalowych wyrobów hutniczych przedstawiono szczegółowo w pracy [24], a metodę prognozowania ilości sprzedaży przedsiębiorstwa hutniczego w pracy [25]. Przykładowe prognozy dla 2010 roku w przypadku blach walcowanych na gorąco ilustrują rysunki 1–5. Na rysunku 1 pokazano rozkład prawdopodobieństwa zużycia wyrobów hutniczych w Polsce w 2010 roku. Na rysunku 2 przedstawiono prognozę udziału blach walcowanych na gorąco w zużyciu wyrobów hutniczych ogółem, a na rysunku 3 – udział

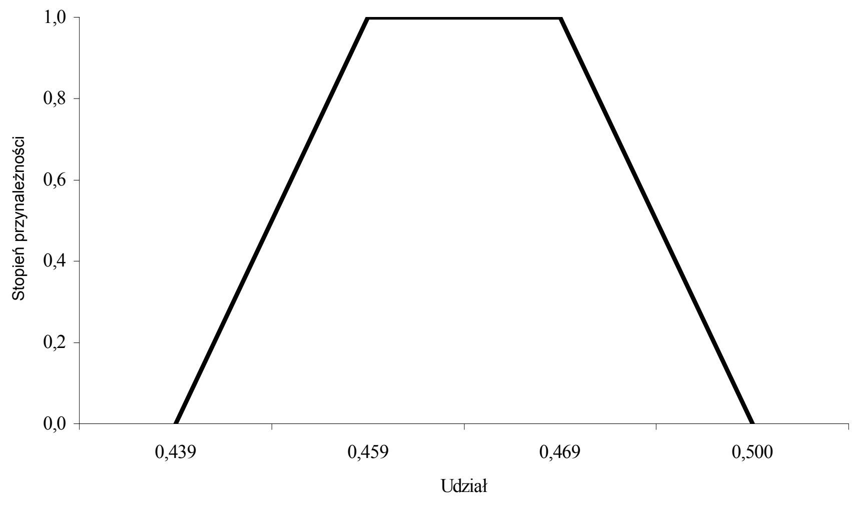


Rys. 1. Rozkład prawdopodobieństwa prognozy zużycia wyrobów hutniczych ogółem w Polsce w 2010 roku

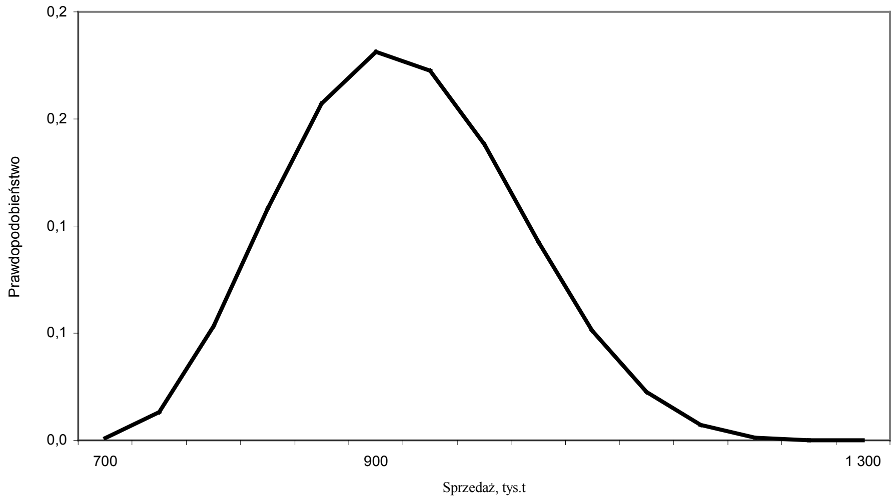
przedsiębiorstwa w polskim rynku blach walcowanych na gorąco. Rozkład prawdopodobieństwa ilości sprzedaży blach walcowanych na gorąco zamieszczono na rysunku 4. Rozkład ten uzyskano transponując rozkłady możliwości, generowane przez liczby rozmyte przedstawione na rysunkach 2 i 3, w rozkłady prawdopodobieństwa. Następnie, korzystając z metody symulacji komputerowej, określono rozkład prawdopodobieństwa prognozy ilości sprzedaży. Rysunek 5 przedstawia liczby rozmyte, określające prognozowaną ilość sprzedaży blach walcowanych na gorąco w 2010 roku. Pierwszą z nich uzyskano w wyniku transformacji rozkładu prawdopodobieństwa, przedstawionego na rysunku 4, w rozkład możliwości. Druga liczba jest trapezoidalną aproksymatą pierwszej.



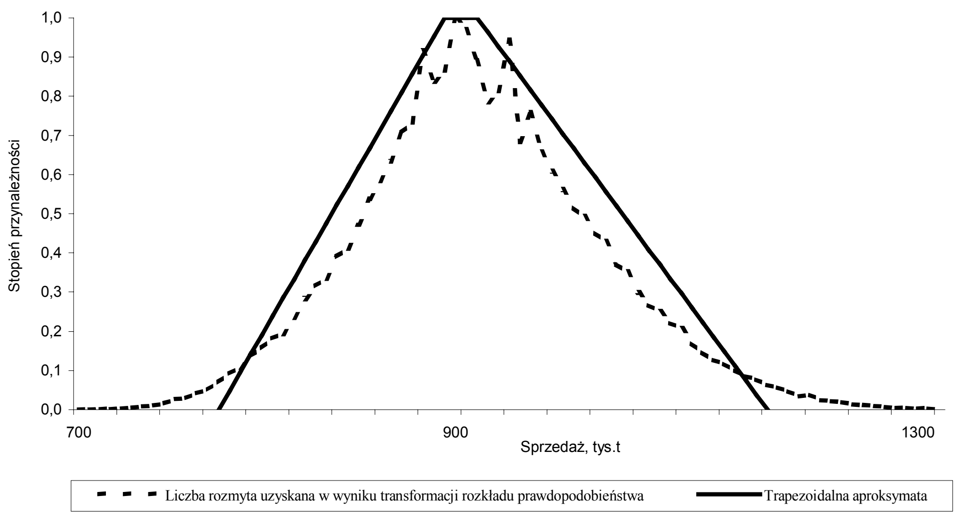
Rys. 2. Udział zużycia blach walcowanych na gorąco w zużyciu ogółem w Polsce w 2010 roku



Rys. 3. Udział przedsiębiorstwa w polskim rynku blach walcowanych na gorąco 2010 roku



Rys. 4. Prognozowana sprzedaż blach walcowanych na gorąco w 2010 roku w postaci rozkładu prawdopodobieństwa



Rys. 5. Prognozowana sprzedaż blach walcowanych na gorąco w 2010 roku w postaci liczby rozmytej

W opracowaniu prognoz cen wyrobów hutniczych oraz wlewków COS na rynku polskim wykorzystano prognozy światowych cen wyrobów hutniczych [17] oraz modele funkcji przenoszenia, przedstawiające relacje między cenami światowymi a cenami na polskim rynku. Prognozę cen światowych wykonano metodami heurystycznymi. Cytowana praca zawierała prognozy dla trzech scenariuszy rozwoju sytuacji na światowym rynku wyrobów hutniczych. Zależność między cenami na polskim rynku a światowymi cenami wyrobów hutniczych określono za pomocą funkcji przenoszenia

$$P_t = c + \sum_{j=1}^{p} a_j P_{t-j} + \sum_{j=0}^{q} b_j S_{t-j} + \varepsilon_t \,, \tag{11}$$

gdzie:

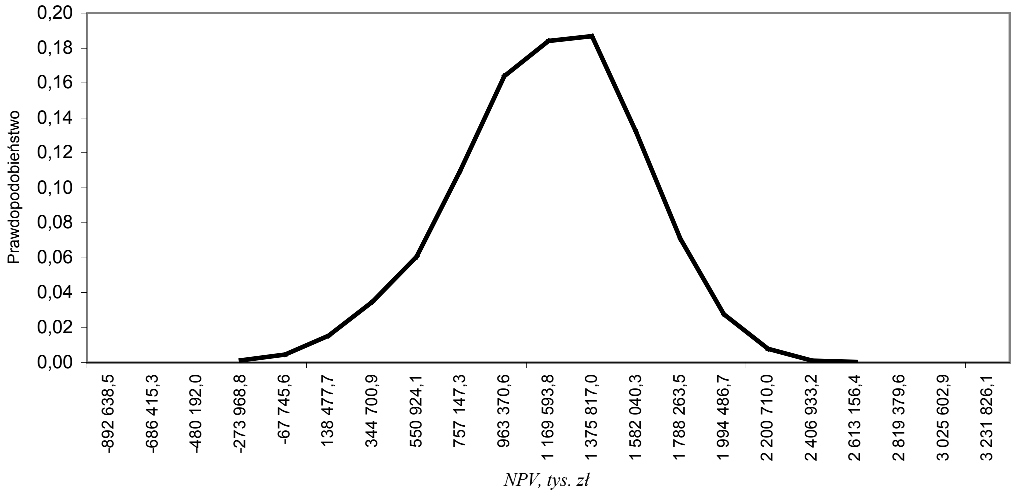
P_t – ceny wyrobu na rynku polskim w roku *t*,

S_t – światowe ceny wyrobu w roku *t*,

c, a_j, b_j – współczynniki,

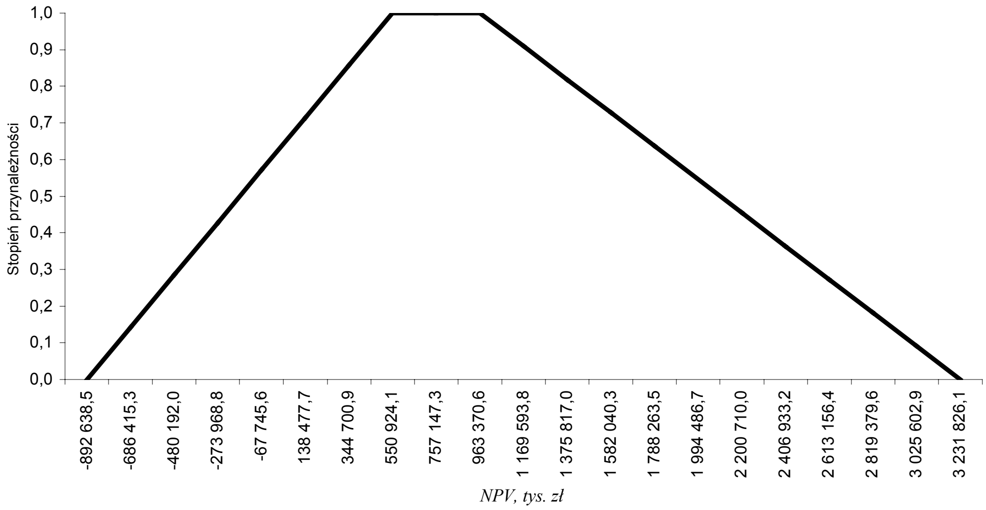
ε_t – składnik losowy.

Prognozowane ceny wyrobów hutniczych na polskim rynku przedstawiono w poszczególnych latach w postaci rozkładów prawdopodobieństwa. Do określenia tych rozkładów wykorzystano metody symulacji komputerowej. Rozkłady prawdopodobieństwa były następnie transformowane w celu uzyskania trapezoidalnych liczb rozmytych.

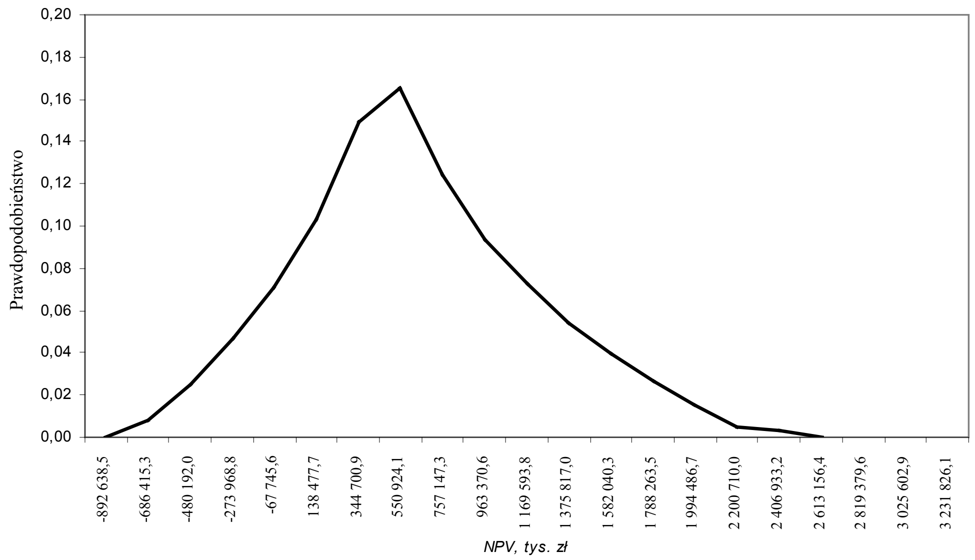


Rys. 6. Rozkład prawdopodobieństwa *NPV* dla modernizacji walcowni blach walcowanych na gorąco

Prognozy wartości wskaźników materiałochłonności uzyskano dzięki opiniom ekspertów. Ich niepewność określona była przez trójkątne liczby rozmyte. Dokonano więc transformacji rozkładów możliwości generowanych przez te liczby dla uzyskania rozkładów prawdopodobieństwa wskaźników materiałochłonności.

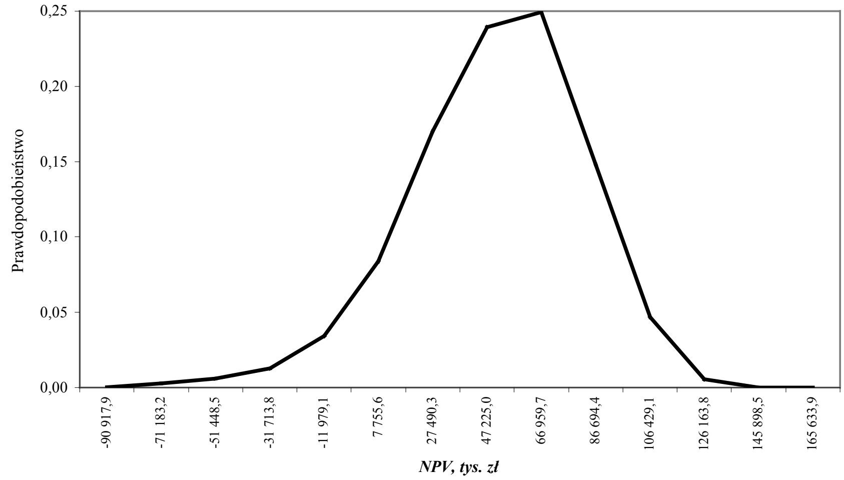


Rys. 7. *NPV* dla modernizacji walcowni blach walcowanych na gorąco w postaci liczby rozmytej

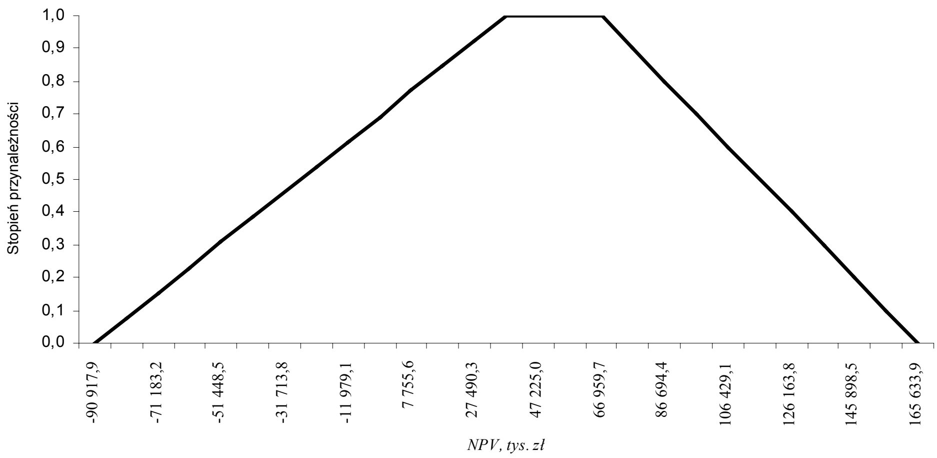


Rys. 8. Rozkład prawdopodobieństwa *NPV* dla modernizacji walcowni gorącej blach uzyskany w wyniku transformacji liczby rozmytej

Rozkład prawdopodobieństwa wskaźnika *NPV* dla modernizacji walcowni blach przedstawiono na rysunku 6. Prawdopodobieństwo, że *NPV* przyjmie wartość ujemną wynosi 2,5%. *NPV* w postaci liczby rozmytej przedstawiono na rysunku 7. Dla powyższej liczby rozmytej charakteryzującej *NPV* modernizacji walcowni blach walcowanych na gorąco można określić stopień możliwości, że *NPV* będzie nie większe od 0. Wynosi on Poss (*NPV* $\leq$ 0) = 0,607. Liczbę rozmytą, przedstawioną na rysunku 7 przekształcono w rozkład prawdopodobieństwa (rys. 8). Odczytane z tego rozkładu prawdopodobieństwo, że *NPV* będzie ujemne jest nieco większe niż w przypadku eksperymentu symulacyjnego i wynosi 9,6%.

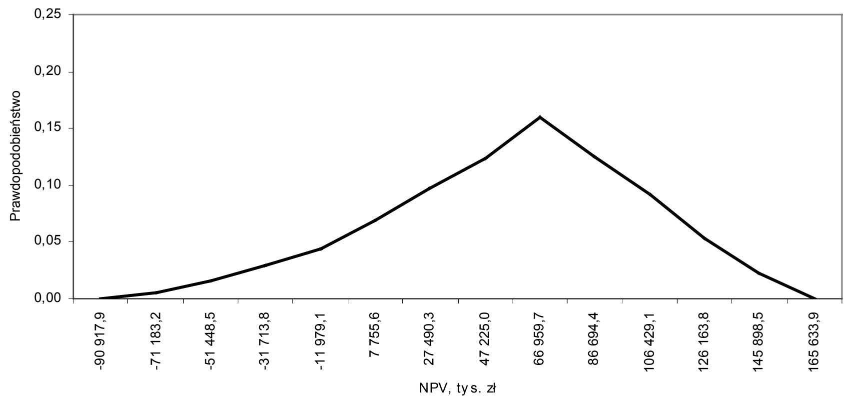


Rys. 9. Rozkład prawdopodobieństwa *NPV* dla modernizacji walcowni walcówki



Rys. 10. *NPV* dla modernizacji walcowni walcówki w postaci liczby rozmytej

Rozkład prawdopodobieństwa wskaźnika *NPV* dla modernizacji walcowni walcówki przedstawiono na rysunku 9. Prawdopodobieństwo, że *NPV* przyjmie wartość ujemną wynosi 10,8%. *NPV* w postaci liczby rozmytej przedstawiono na rysunku 10. Dla powyższej liczby rozmytej charakteryzującej *NPV* modernizacji walcowni walcówki można określić stopień możliwości, że *NPV* będzie nie większe od 0. Wynosi on Poss ($NPV \leq 0$) = 0,705. Liczbę rozmytą, przedstawioną na rysunku 10, przekształcono w rozkład prawdopodobieństwa (rys. 11). Odczytane z tego rozkładu prawdopodobieństwo, że *NPV* będzie ujemne jest nieco większe niż w przypadku eksperymentu symulacyjnego i wynosi 17,4%.



Rys. 11. Rozkład prawdopodobieństwa *NPV* dla modernizacji walcówki uzyskany w wyniku transformacji liczby rozmytej

Można stwierdzić, że dwa analizowane sposoby prezentacji niepewności parametrów rachunku efektywności, tj. rozkłady prawdopodobieństwa i liczby rozmyte, mogą być skutecznie wykorzystywane do szacowania efektywności i ryzyka projektów inwestycyjnych. Zastosowanie liczb rozmytych znacznie skraca czas obliczeń. Do wyznaczenia rozwiązania wykorzystuje się tutaj bowiem arytmetykę liczb rozmytych. W przypadku symulacji obliczenia są realizowane wielokrotnie dla losowo generowanych parametrów rachunku efektywności. Analizując otrzymane wyniki, można stwierdzić, że zakresy zmienności *NPV* wyznaczone z wykorzystaniem liczb rozmytych są większe niż w przypadku rozkładów prawdopodobieństwa. Stosując liczby rozmyte, możemy natrafić na pewne problemy obliczeniowe w przypadku zależności parametrów rachunku efektywności. Dla analizowanych projektów skorelowane były przede wszystkim ceny poszczególnych asortymentów wyrobów hutniczych oraz ceny półwyrobów (wlewków COS). Współczynniki korelacji cen poszczególnych asortymentów wyrobów i wlewków COS wahały się w granicach 0,735–0,922. Przy wyliczaniu zysku przedsiębiorstwa zastosowano więc ograniczone odejmowanie. Tutaj zależność między zmiennymi była bowiem wyraźna; wyższym wartościom cen wyrobów (a tym samym przychodów) towarzyszyły wyższe wartości cen wlewków wsadowych (a tym samym kosztów materiałów). Zastosowanie wersji odejmowania określonej wzorem (6) dawało nierealistyczne wyniki. W przypadku słabszego skorelowania parametrów rachunku efektywności może powstać problem, który wariant odejmowania wybrać. Podobnie mogą się pojawić wątpliwości odnośnie do adekwatności operatora dodawania w przypadku ujemnego skorelowania parametrów rachunku efektywności. Metody generowania liczb losowych w przypadku skorelowania zmiennych są natomiast dobrze rozwinięte.

Wnioski

Do modelowania niepewności parametrów rachunku efektywności w ocenie ryzyka projektów inwestycyjnych tradycyjnie wykorzystywane są rozkłady prawdopodobieństwa. W takim przypadku *NPV* projektu określa się w postaci rozkładu prawdopodobieństwa. Najnowsze publikacje wskazują na możliwość wykorzystania innych metod modelowania niepewności. Można tu wymienić przede wszystkim teorię zbiorów rozmytych. Wykorzystanie liczb rozmytych do opisu niepewności parametrów rachunku efektywności pozwala przedstawić *NPV* projektu w postaci zbioru rozmytego. Wymienione powyżej dwa sposoby opisu niepewności parametrów rachunku efektywności stosowane są alternatywnie.

W praktyce często występują sytuacje, gdy dla części parametrów rachunku efektywności można określić rozkład prawdopodobieństwa, a dla części dostępne informacje pozwalają określić liczbę rozmytą. Aby te informacje w ocenie ryzyka projektu inwestycyjnego były skutecznie wykorzystane, niezbędna jest transformacja rozkładów prawdopodobieństwa w rozkłady możliwości i odwrotnie. Dostępna literatura prezentuje metody takiej transformacji. Metody te mogą być skutecznie wykorzystane w ocenie efektywności i ryzyka projektów inwestycyjnych.

Wykorzystanie symulacji komputerowej czy też arytmetyki liczb rozmytych do oceny ryzyka projektu inwestycyjnego umożliwia zbadanie łącznego wpływu wielu niepewnych parametrów na efektywność ekonomiczną projektu. W efekcie uzyskuje się syntetyczny obraz ryzyka projektu, będący wynikiem wpływu niepewności wszystkich parametrów rachunku efektywności. Wykorzystanie liczb rozmytych znacznie skraca czas obliczeń. Wydaje się jednak, że reprezentacja *NPV* w postaci rozkładu prawdopodobieństwa jest bardziej dogodna dla decydenta. W tym przypadku uzyskuje on bowiem informację, jakie wartości *NPV* są prawdopodobne, a nie tylko jakie są możliwe. Ponadto transformacja rozkładu prawdopodobieństwa w rozkład możliwości wiąże się zawsze z utratą pewnej części informacji. Może to więc zwiększać niepewność przy podejmowaniu decyzji. Poza tym parametry rachunku efektywności są zazwyczaj skorelowane. W eksperymencie symulacji na etapie generowania liczb losowych można uwzględnić ten fakt. W przypadku stosowania liczb rozmytych przy występowaniu skorelowania parametrów rachunku efektywności mogą pojawić się problemy wyboru schematu operacji arytmetycznych na liczbach rozmytych.

Bibliografia

[1] ANDERSSON L., *The theory of possibility and fuzzy sets: new ideas for risk analysis and decision making*, Document D8: Swedish Council for Building Research, Stockholm, Sweden 1988.

[2] ARCHER N.P., GHASEMZADEH F., *An Integrated framework for project portfolio selection*, International Journal of Project Management, 1999, 17(4), s. 207–216.

[3] BUCKLEY J.J., *Solving fuzzy equations in economics and finance*, Fuzzy Sets and Systems, 1992, 48(4), s. 289–296.

[4] BUCKLEY J.J., *The fuzzy mathematics of finance*, Fuzzy Sets and Systems, 1987, 21(4), s. 257–273.

[5] CALZI M., LI., *Toward a general setting for the fuzzy mathematics of finance*, Fuzzy Sets and Systems, 1990, 35(4), s. 265–280.

[6] CHIU C.Y., PARK S.C., *Fuzzy cash flow analysis using present worth criterion*, England Economic., 1994, 39(2), s. 113–138.

[7] CHOOBINEH F., BEHRENS A., *Use of intervals and possibility distribution in economic analysis*, Journal of Operations Research Society, 1992, 43(9), s. 907–918.

[8] DUBOIS D., NGUYEN H.T., PRADE H., *Possibility theory, probability and fuzzy sets: misunderstandings, bridges and gaps*, [in:] Dubois D., Prade H. (eds.), *Fundamentals of Fuzzy Sets*, Kluwer Academic Publisher, Boston 2000, s. 343–348.

[9] DUBOIS D., PRADE H., *Fuzzy sets and probability: Misunderstandings, bridges and gaps*, Second IEEE International Conference on Fuzzy Systems, San Francisco, California, USA, 1993, s. 1059–1068.

[10] DUBOIS D., PRADE H., SANDRI S., *On possibility/probability transformations*, [in:] *Fuzzy Logic: State of Art* (Lowen R., Roubens M. eds.), Kluwer Academic Publication, 1993, s. 103–112.

[11] ESOGBUE A.O., HEARNES W.E., *On Replacement Models via a Fuzzy Set Theoretic Framework*, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part C, Applications and Reviews, UK, 1998, 28(4), s. 549–558.

[12] GEER J.F., KLIR G.J., *A mathematical analysis of information-preserving transformations between probabilistic and possibilistic formulations uncertainty*, International Journal of General System, 1992, 20(2), s. 143–176.

[13] GOODMAN I.R., NGUYEN H.T., *Uncertainty Models for Knowledge-Based Systems*, North-Holland, Amsterdam 1985.

[14] GRZEGORZEWSKI P., MROWKA E., *Trapezoidal approximation of fuzzy numbers*, Fuzzy Sets and Systems, 2005, 153(2), s. 115–135.

[15] GUPTA P.Ch., *A note on the transformation of possibilistic information into probabilistic information for investment decisions*, Fuzzy Sets and Systems, 1993, 56(4), s. 175–182.

[16] KAHRAMAN C., RUAN D., TOLGA E., *Capital budgeting techniques using discounted fuzzy versus probabilistic cash flows*, Information Sciences, 2002, 142, s. 57–76.

[17] KING J.F., *Data and forecasts for steel and raw materials*, England, January 2006 (opracowanie niepublikowane).

[18] KLIR G.J., *A principle of uncertainty and information invariance*, International Journal. of General System, 1990, 17(3), s. 249–275.

[19] KUCHTA D., *Fuzzy capital budgeting*, Fuzzy Sets and Systems, 2000, 111(4), s. 367–385.

[20] KUCHTA D., *Miękka matematyka w zarządzaniu. Zastosowanie liczb przedziałowych i rozmytych w rachunkowości zarządczej*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2001.
[21] LAMATA M.T., MORAL S., VERDEGAY J.L., *Transforming fuzzy measures*, [in:] *Approximate Reasoning Tools for Artificial Intelligence*, Verlag TÜV Rheinland, Köln 1990, s. 146–158.
[22] MARCINEK K., *Ryzyko projektów inwestycyjnych*, Akademia Ekonomiczna im. Karola Adamieckiego, Katowice 2000.
[23] MOHAMED S., MCCOWAN A.K., *Modelling project investment decisions under uncertainty using possibility theory*, International Journal of Project Management, 2001, 19(4), s. 231–241.
[24] RĘBIASZ B., *Polish steel consumption, 1974–2008*, Resources Policy, 2006, 31(1), s. 37–49.
[25] RĘBIASZ B., *Hybrid Method for Forecasting a Steel Mill's sales*, Proceedings of European Applied Business Research Conference, 2006, Siena, Italy, s. 1–16.
[26] SCHMUCKER K.J., *Fuzzy sets, natural language computation and risk analysis*, Rockville, USA, Computer Science Press, 1984.
[27] TVERSKY A., KAHNEMAN D., *Judgement under uncertainty: Heuristic and biases*, Science, 1974, 185, s. 1124–1131.
[28] WAND T.L., *Discounted fuzzy cash flows analysis. Industrial. Engineering*, Conference, London 1985, s. 476–481.
[29] WANG P.Z., *From the fuzzy statistics to the falling random subsets*, [in:] Wang (ed.), *Advanced in fuzzy sets, Possibility Theory and Applications*, Plenum Press, New York, USA, 1983, 81–96.
[30] WILIAMS T.M., *Risk management infrastructure*, International Journal of Project Management, 1993, 11(1), s. 5–10.
[31] YAGER R.R., *Level sets for membership evaluation of fuzzy subsets*, [in:] Yager (ed), *Fuzzy Sets and Possibility Theory: Recent Developments*, Pergamon Press, Oxford, England, 1982, s. 90–97.
[32] ZADEH LA., *Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility*, Fuzzy Sets and Systems, 1978, 1(1), s. 3–28.

Efficiency and risk of investment projects – probability distribution or possibility distribution

Risk accompanies every economic decision. Investment decisions are burdened with particularly great risk. Quantification of risk belongs to most heaviest tasks in risk management of the investment project. Traditionally, probability distribution was being utilized for the description of the efficiency calculus parameters of the uncertainty. Difficulties in determining probability distribution and nature of uncertainty of some of the parameters caused that towards the end of the 1980's some works were published, in which other methods of description of the efficiency calculus were applied. First of all, one should mention here the theory of fuzzy sets. So, at present two methods description of the uncertainty of efficiency calculus parameters are applied alternatively: probability distribution and fuzzy numbers. Depending on the parameter uncertainty description method we obtain possibility distribution or probability distribution of the effectiveness index for estimation of the investment project efficiency.

In practice a situation most often occurs in which for one part of the efficiency calculus parameters we can determine probability distribution, and uncertainty of the other part may be described by the fuzzy number. Relations between theory of probability and theory of fuzzy sets is one of the most controversial issues in the area of uncertainty modelling. In the paper, methods of transforming the possibility distribution generated by a fuzzy set into probability distribution, and vice versa, transforming probability distribution into possibility distribution are discussed. It is shown that they may be effectively utilized for estimation of efficiency and risk of investment projects.

In the paper, the estimation of efficiency and the risk of two investment projects has been made. For estimation purposes we alternatively used representation of the efficiency calculus parameters uncertainty in the form of fuzzy numbers and in the form of probability distributions. At first, part of the parameters were expressed in the form of fuzzy sets and part in the form of probability distributions. So, the distributions were subjected to transformation. Usefulness of the two methods for uncertainty representation of efficiency calculus parameters was compared.

Keywords: *risk analysis, fuzzy sets, computer simulation, capital budgeting*